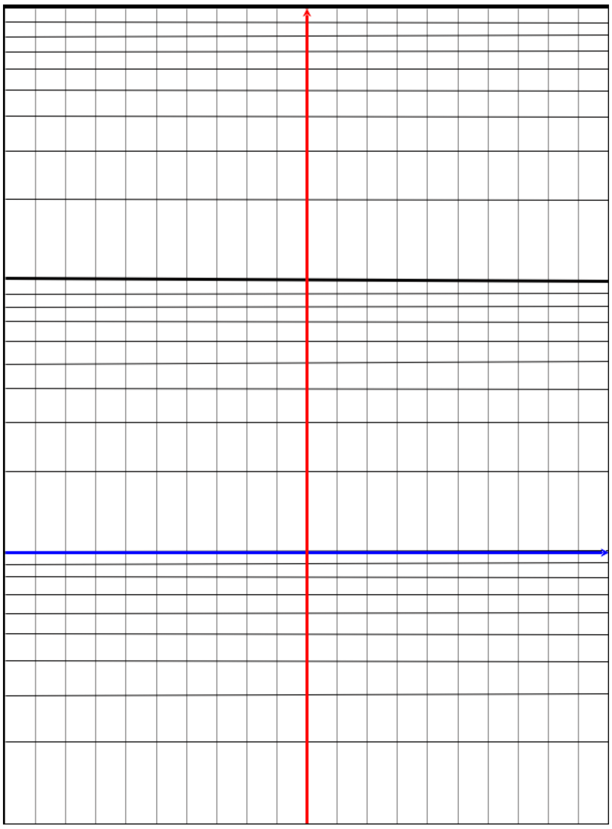
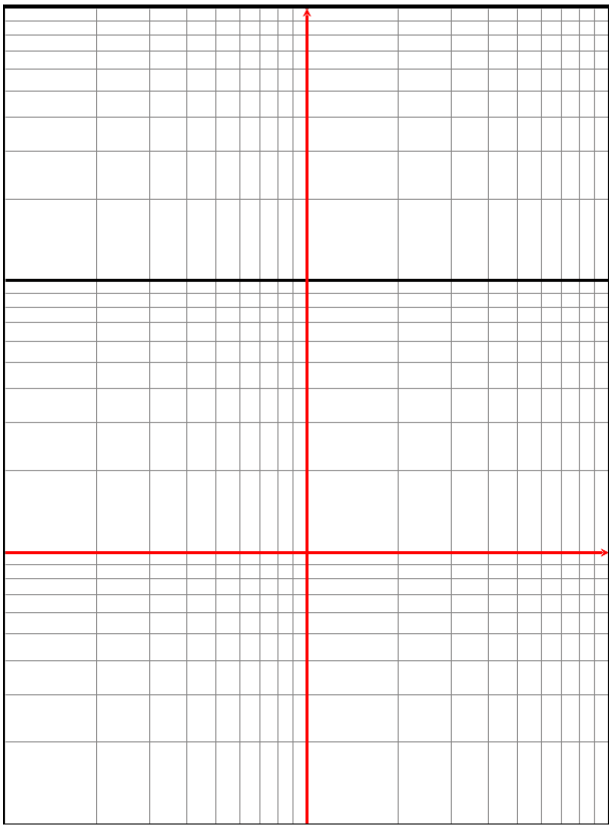
Logaritmiske koordinatsystemer med TI-Nspire CAS version 3.6



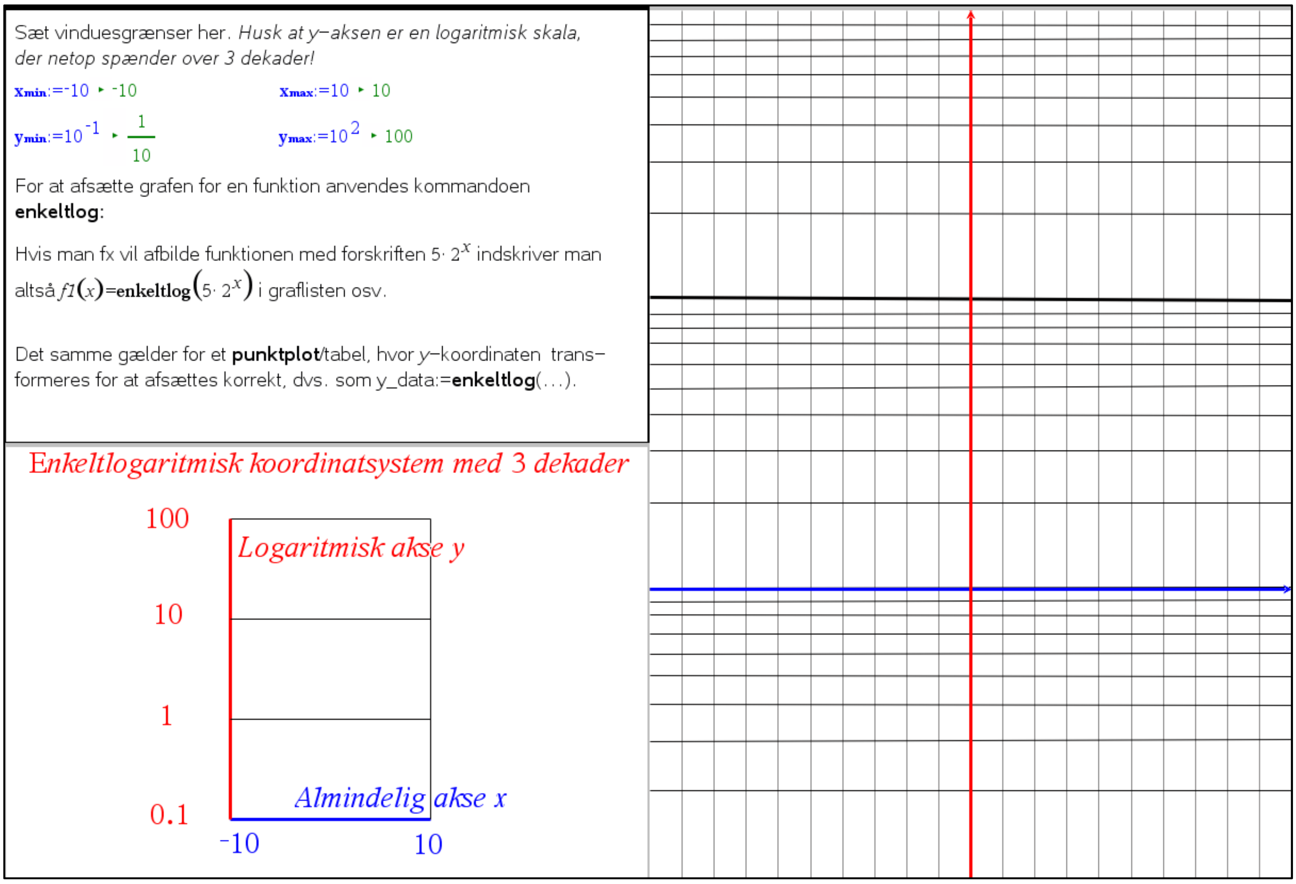


Indholdsfortegnelse:

Bjørn Felsager

Februar 2014

Enkelt logaritmisk koordinatsystem



I det første vindue sættes vinduesgrænserne. Da *x*-aksen er en almindelig akse kan grænserne sættes frit. Men *y*-aksen er en logaritmisk skala med tre dekader, så der skal man bare ændre eksponenterne, og huske at den sidste skal være 3 større end den første ☺

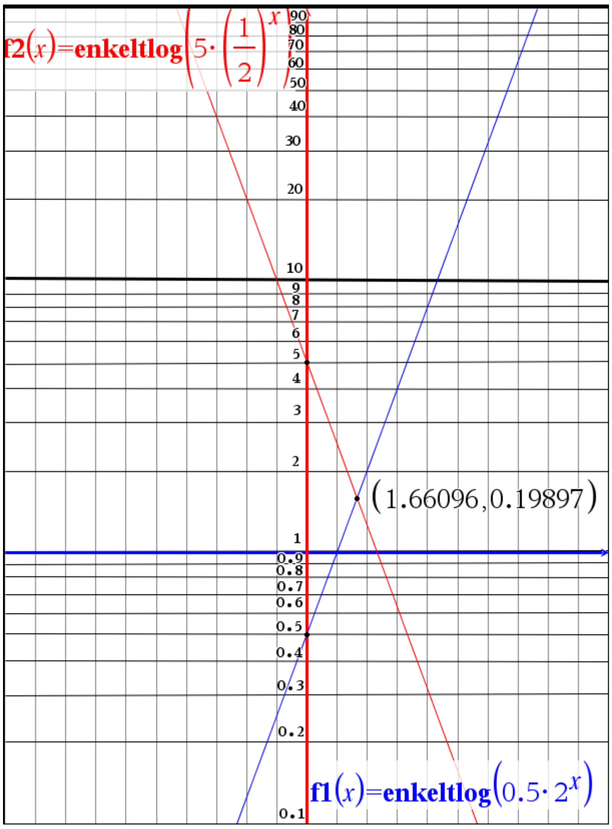
De aktuelle grænser for det enkeltlogaritmiske koordinatsystem vises i det nederste vindue til venstre.

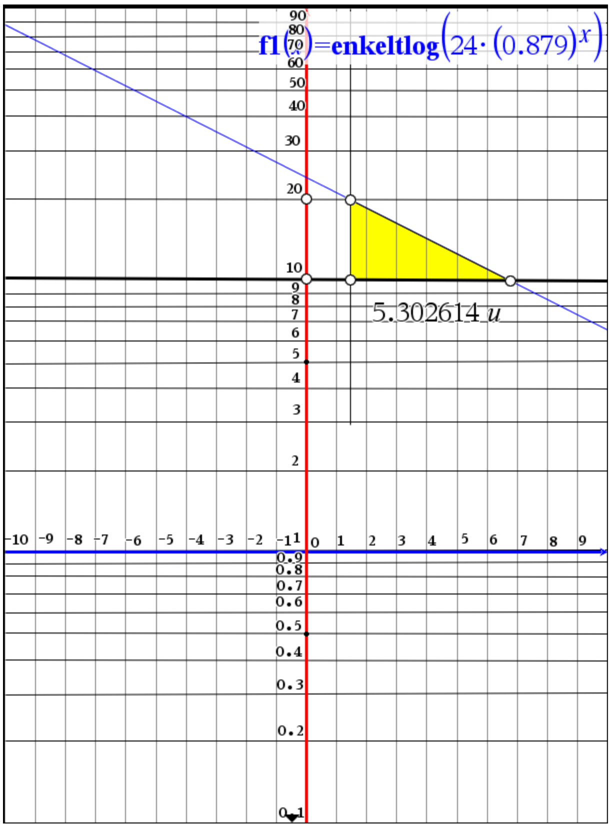
Hvis akserne ligger indenfor grafrummet vises *x*-aksen i blåt og *y*-aksen i rødt. Når man har fastlagt vinduesgrænserne kan man manuelt tilføje akseetiketter, hvilket kan være nyttigt, hvis papiret skal bruges til aflæsning. Det er da hensigtsmæssigt at bruge indekstallene nederst i tegnoversigten.

Derefter kan man indsætte forskrifterne for fx to eksponentielle udviklinger: $0.5\cdot 2^x$ og $5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Ved at bruge skæringsværktøjet fra **Undersøg grafer** findes skæringspunktet. Det er kun *x*-koordinaten, der kan bruges direkte: De to eksponentielle udviklinger skærer altså hinanden i *x* = 1.661.

Man kan også opmåle halveringsstykke og fordoblingsstykke på tilsvarende vis. Hvis man fx vil finde halveringsstykket for den eksponentielle udvikling $24\cdot 0.9785^x$ afsætter man to *y*-værdier, hvor den ene er dobbelt så stor som den anden. Derefter findes grafpunkter og projektionerne på *x*-aksen. Endelig måles afstanden på *x*-aksen. Vi ser da at halveringsstykket $X_{½}$ er 5.30.





Eksempel på brug af enkelt logaritmisk koordinatsystem ud fra tabel

Hvis vi har givet en tabel over data, som vi forventer følger en eksponentiel udvikling kan vi afbilde disse data i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem, her data fra simulering af et radioaktivt henfald med kast med terninger. Vi starter da med at tilrette vinduesgrænserne som vist:

	A kast	B antal	C y_data
=			=enkeltlog
1	0	124	2.09342
2	1	102	2.0086
3	2	88	1.94448
4	3	67	1.82607
5	4	61	1.78533
6	5	50	1.69897
7	6	42	1.62325
8	7	36	1.5563
9	8	31	1.49136
10	9	23	1.36173
11	10	18	1.25527
12	11	15	1.17609
13	12	11	1.04139
14	13	10	1.
15	14	7	0.845098
16	15	6	0.778151
17	16	4	0.60206
18	17	4	0.60206
19	18	1	0.

Sæt vinduesgrænser her. *Husk at y–aksen er en logaritmisk skala, der netop spænder over 3 dekader!*

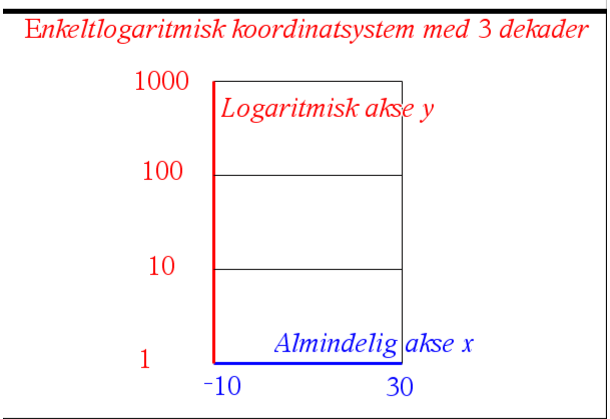
$x_{min}:=-10 \blacktriangleright -10$ $x_{max}:=30 \blacktriangleright 30$

$y_{min}:=10^0 \blacktriangleright 1$ $y_{max}:=10^3 \blacktriangleright 1000$

For at afsætte grafen for en funktion anvendes kommandoen **enkeltlog**:

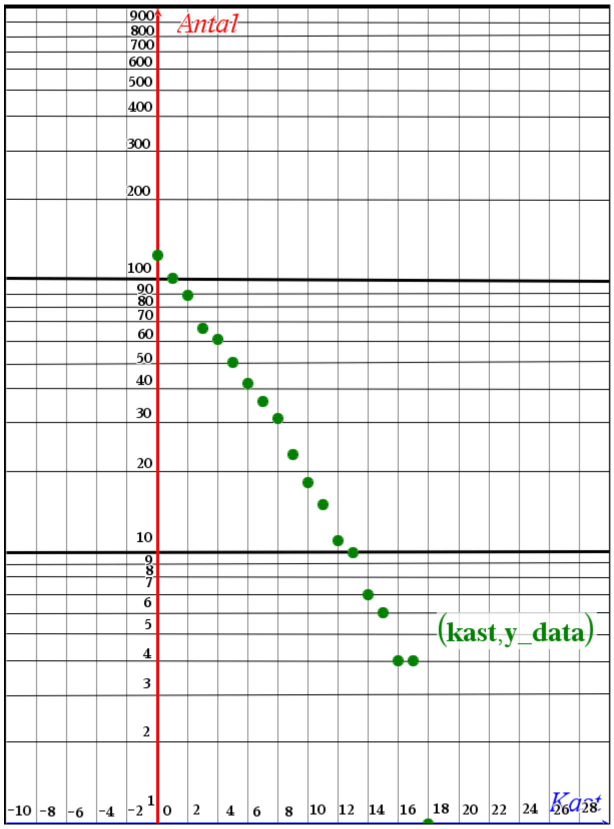
Hvis man fx vil afbilde funktionen med forskriften $5\cdot 2^x$ indskriver man altså $f1(x)$=**enkeltlog**$(5\cdot 2^x)$ i graflisten osv.

Det samme gælder for et **punktplot**/tabel, hvor y–koordinaten trans–formeres for at afsættes korrekt, dvs. som y_data:=**enkeltlog**(...).



Da **antal** skal afsættes på en logaritmisk skal er vi nødt til at transformere den med enkeltlog-kommandoen! Derefter kan (**kast**, **y_data**) afsættes i det enkelt logaritmiske koordinatsystem som et punktplot (der er allerede fire punktplot i forvejen, som blev udnyttet til at tegne det enkelt logaritmiske koordinatsystem):

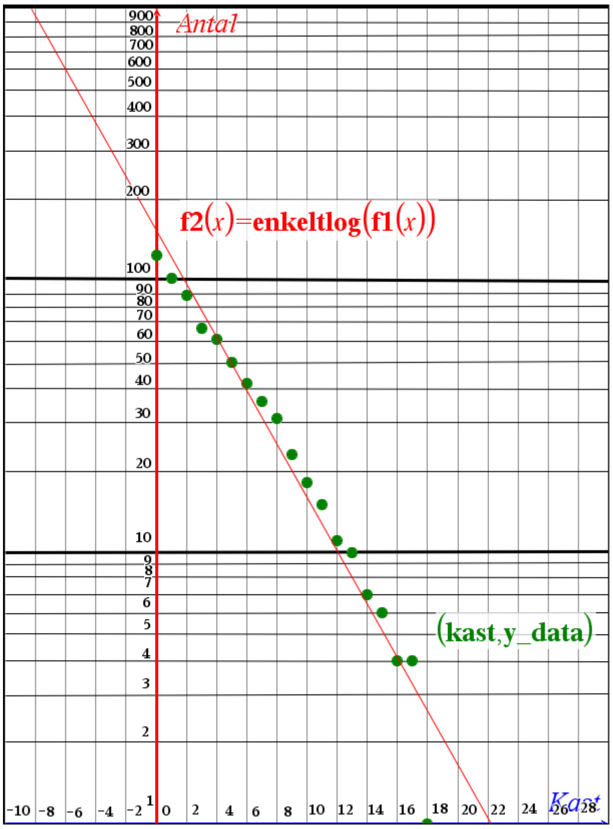
	A kast	B antal	C y_data
=			=enkeltlog(antal)*1.
1	0	124	2.09342
2	1	102	2.0086
3	2	88	1.94448
4	3	67	1.82607
5	4	61	1.78533
6	5	50	1.69897
7	6	42	1.62325
8	7	36	1.5563
9	8	31	1.49136
10	9	23	1.36173
11	10	18	1.25527
12	11	15	1.17609
13	12	11	1.04139
14	13	10	1.
15	14	7	0.845098
16	15	6	0.778151
17	16	4	0.60206
18	17	4	0.60206
19	18	1	0.



Det kunne godt ligne en ret linje. Vi kan nu enten fiske den rette linje via en eksponentiel regression. I så fald skal regressionsfunktionen vrides gennem enkeltlog-kommandoen for at blive afsat korrekt i det enkelt logaritmiske koordinatsystem:

	A kast	B antal	C y_data	D	E	F	G	H	I	J
=			=enkeltlog(antal)*1.		=ExpReg('kast,'antal,1):					
1	0	124	2.09342	Titel	Eksponentiel regression...					
2	1	102	2.0086	RegEqn	a*b^x					
3	2	88	1.94448	a	152.732					
4	3	67	1.82607	b	0.79749					
5	4	61	1.78533	r²	0.957931					
6	5	50	1.69897	r	-0.978739					
7	6	42	1.62325	Resid	{-28.731937588156,-19...					
8	7	36	1.5563	ResidTra...	{-0.20840277725943,-0...					
9	8	31	1.49136							
10	9	23	1.36173							
11	10	18	1.25527							
12	11	15	1.17609							
13	12	11	1.04139							
14	13	10	1.							
15	14	7	0.845098							
16	15	6	0.778151							
17	16	4	0.60206							
18	17	4	0.60206							
19	18	1	0.							
20										
21										

E =ExpReg('**kast**,'**antal**,1): CopyVar **Stat.RegEqn**,'*f1*: CopyVar *Stat.*, *Stat1*.



Men vi kunne selvfølgelig også selv have fittet med en ret linje fra geometri-menuen. Efterfølgende kan vi så finde halveringstiden som beskrevet ovenfor ☺.

Dobbelt logaritmisk koordinatsystem

Sæt vinduesgrænser her. *Husk at x−aksen er en logaritmisk skala, der netop spænder over 2 dekader, mens y−aksen er en logaritmisk skala, der netop spænder over 3 dekader!*

$\mathbf{xmin}:=10^{-1} ▸ \frac{1}{10}$ $\mathbf{xmax}:=10^{1} ▸ 10$

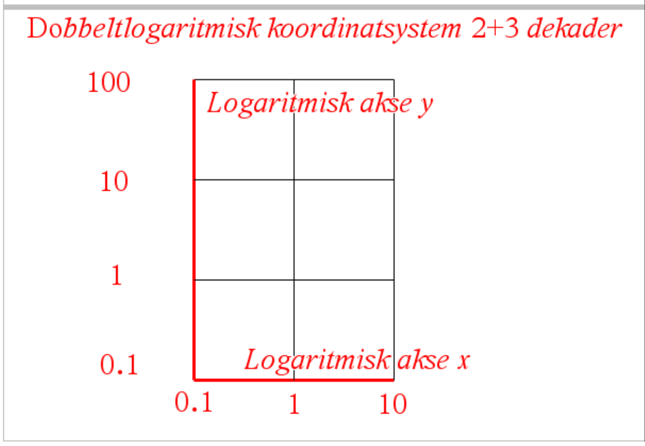
$\mathbf{ymin}:=10^{-1} ▸ \frac{1}{10}$ $\mathbf{ymax}:=10^{2} ▸ 100$

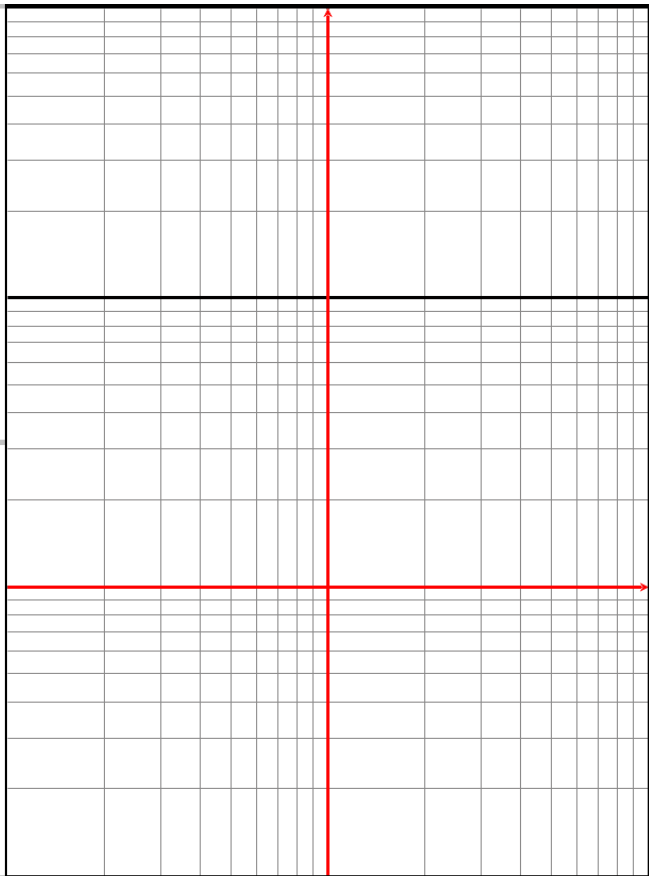
For at afsætte grafen for en funktion med den uafhængige variabel *t* (*der afsættes logaritmisk!*) anvendes kommandoen **dobbeltlog**.

Hvis man vil afbilde forskriften $5\cdot t^2$ indskriver man altså

$\mathbf{f1}(x)=\mathbf{dobbeltlog}(5\cdot t^2)$ osv. (Husk den uafhængige variabel er *t*!)

Ved et punktplot/tabel bruges **enkeltlog** kommandoen både på x− og y−data, dvs. **x_data:=enkeltlog**(...) og **y_data:=enkeltlog**(...)!





I det første vindue sættes vinduesgrænserne. Her er *x*-aksen en logaritmisk skala med 2 dekader og *y*-aksen er en logaritmisk skala med tre dekader, så der skal man bare ændre eksponenterne, og huske at den sidste eksponent skal være 2 større end den første i x-grænserne og 3 større end den første i y-grænserne ☺

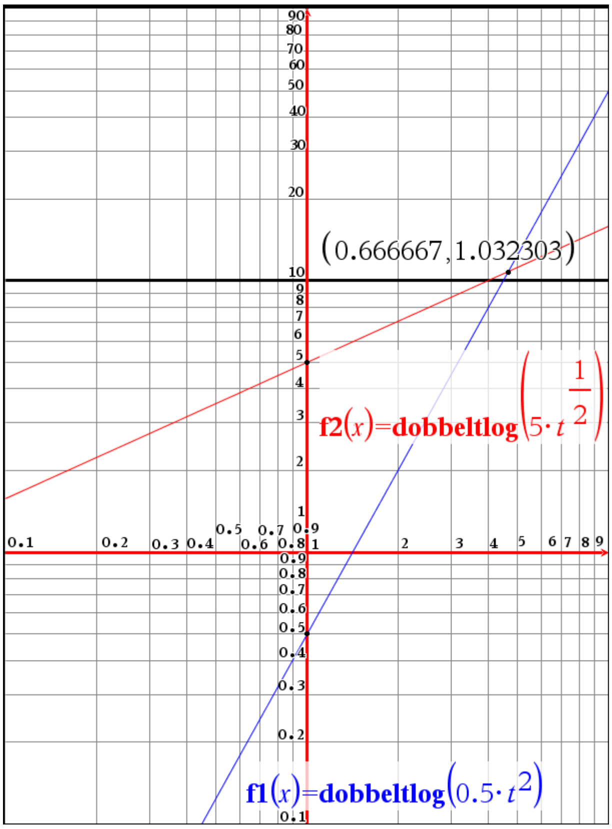
De aktuelle grænser for det dobbeltlogaritmiske koordinatsystem vises i det nederste vindue til venstre.

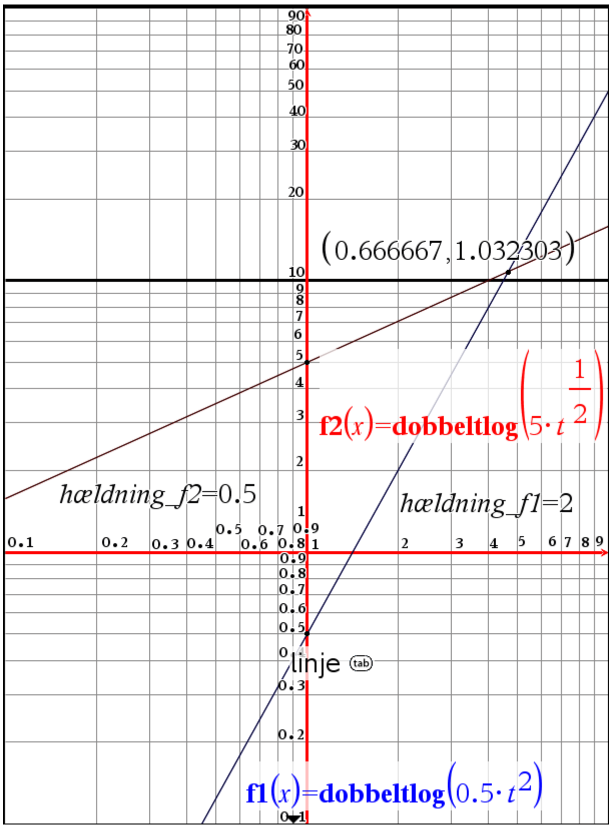
Hvis akserne ligger indenfor grafrummet vises akserne i rødt. Når man har fastlagt vinduesgrænserne kan man manuelt tilføje akseetiketter, hvilket kan være nyttigt, hvis papiret skal bruges til aflæsning. Det er da hensigtsmæssigt at bruge indekstallene nederst i tegnoversigten.

Derefter kan man indsætte forskrifterne for fx to potensudviklinger: $0.5\cdot t^2$ og $5\cdot t^{1/2}$, hvor man skal huske at den uafhængige variabel hedder *t*, da den skal omdannes til et *x*, der passer med den logaritmiske skala!.

Ved fx at bruge skæringsværktøjet fra **Undersøg grafer** findes skæringspunktet. Da begge koordinater er logaritmiske kan de ikke bruges direkte. Hvsi vi fx vil finde *x*-koordinaten, skal vi opløfte til en tierpotens: De to potens udviklinger skærer altså hinanden i $x=10^{0.6666...}=10^{2/3}=4.64159...\approx 4.6$.

Man kan også opmåle eksponenten direkte, idet eksponenten for potensudviklingen netop er hældningen for grafen. For at kunne måle hældningen for grafen lægges en ret linje hen over grafen!





Eksempel på brug af dobbelt logaritmisk koordinatsystem ud fra tabel

Hvis vi har givet en tabel over data, som vi forventer følger en potensudvikling, kan vi afbilde disse data i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem, her data fra planetsystemet med baneradier (i astronomiske enheder) og omløbstider (i år). Vi starter da med at tilrette vinduesgrænserne som vi her kan bruge direkte!:

Sæt vinduesgrænser her. *Husk at x–aksen er en logaritmisk skala, der netop spænder over 2 dekader, mens y–aksen er en logaritmisk skala, der netop spænder over 3 dekader!*

$x_{min}:=10^{-1}$ $x_{max}:=10^{1}$

$y_{min}:=10^{-1}$ $y_{max}:=10^{2}$

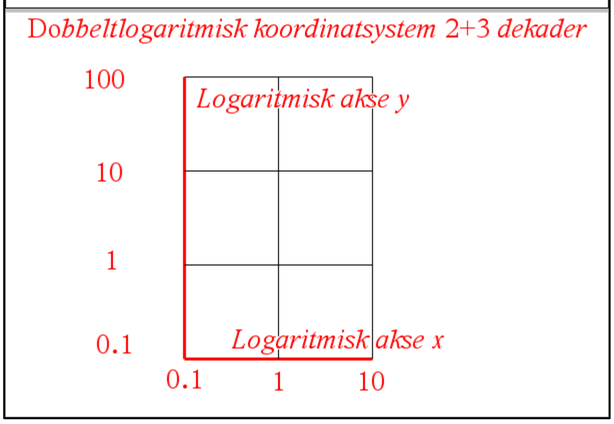
For at afsætte grafen for en funktion med den uafhængige variabel *t* (*der afsættes logaritmisk!*) anvendes kommandoen **dobbeltlog**.

Hvis man vil afbilde forskriften $5\cdot t^2$ indskriver man altså

$\mathbf{f1}(x)=\mathbf{dobbeltlog}\left(5\cdot t^2\right)$ osv. (Husk den uafhængige variabel er *t*!)

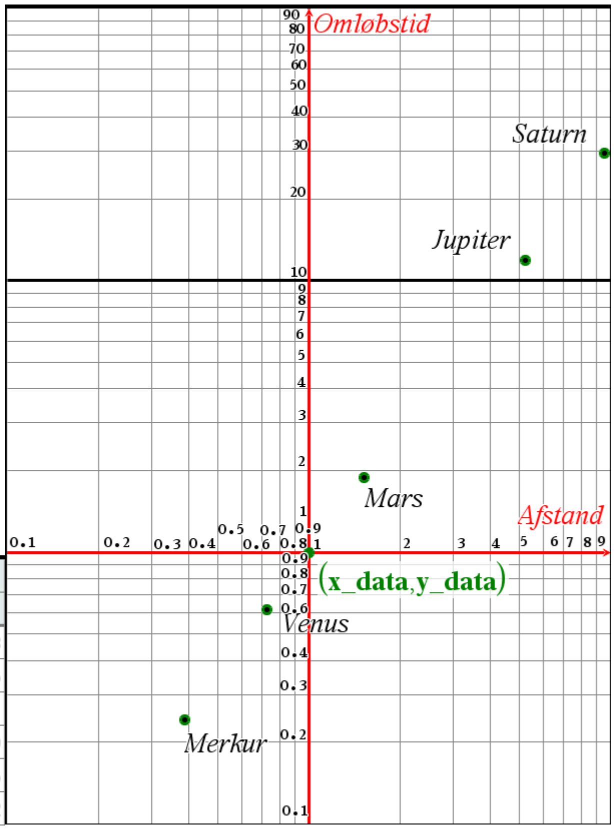
Ved et punktplot/tabel bruges **enkeltlog** kommandoen både på x– og y–data, dvs. **x_data:=enkeltlog**(...) og **y_data:=enkeltlog**(...)!

A planet	B radius	C omløbstid
Merkur	0.387	0.241
Venus	0.723	0.615
Jorden	1	1.
Mars	1.524	1.881
Jupiter	5.203	11.862
Saturn	9.539	29.458



Da **afstand** og **omløbstid** begge skal afsættes på en logaritmisk skal er vi nødt til at transformere dem med enkeltlog-kommandoen! Derefter kan (**x_data**, **y_data**) afsættes i det dobbelt logaritmiske koordinatsystem som et punktplot (der er allerede fire punktplot i forvejen, som blev udnyttet til at tegne det enkelt logaritmiske koordinatsystem):

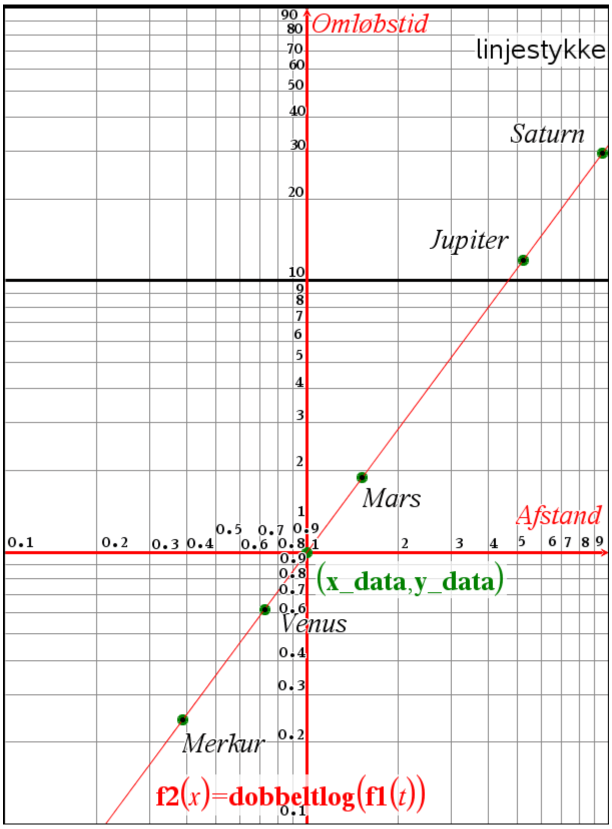
	A planet	B afstand	C omløbstid	D x_data	E y_data
=				=enkeltlog(afstand)	=enkeltlog(omløbstid)
1	Merkur	0.387	0.241	-0.412289	-0.617983
2	Venus	0.723	0.615	-0.140862	-0.211125
3	Jorden	1	1.	0	0.
4	Mars	1.524	1.881	0.182985	0.274389
5	Jupiter	5.203	11.862	0.716254	1.07416
6	Saturn	9.539	29.458	0.979503	1.4692



Det kunne godt ligne en ret linje. Vi kan nu enten fiske den rette linje via en potensregression. I så fald skal regressionsfunktionen vrides gennem dobbeltlog-kommandoen for at blive afsat korrekt i det dobbelt logaritmiske koordinatsystem:

	A planet	B afstand	C omløbstid	D x_data	E y_data	F	G	H
=				=enkeltlog(afstand)	=enkeltlog(omløbstid)		=PowerReg('afstand,'omløbsti	
1	Merkur	0.387	0.241	-0.412289	-0.617983	Titel	Potensregression	
2	Venus	0.723	0.615	-0.140862	-0.211125	RegEqn	a*x^b	
3	Jorden	1	1.	0	0.	a	1.00028	
4	Mars	1.524	1.881	0.182985	0.274389	b	1.49965	
5	Jupiter	5.203	11.862	0.716254	1.07416	r^2	1.	
6	Saturn	9.539	29.458	0.979503	1.4692	r	1.	
7						Resid	{1.03211326831E-4,-2.49553...	
8						ResidTra...	{4.28354497626E-4,-4.05776...	
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								

G =PowerReg('**afstand**,'**omløbstid**,1): CopyVar **Stat.RegEqn**,'*f1*: CopyVar *Stat*., *Stat2*.



Men vi kunne selvfølgelig også selv have fittet med en ret linje fra geometri-menuen. Efterfølgende kan vi så finde eksponenten som beskrevet ovenfor ☺.