

Fibonaccitalle

(Elevøvelse til B-niveau)

Fibonaccitalle er givet ved talrækken; 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... , hvor ethvert nyt tal i talrækken er summen af de to foregående. Opskrevet som tabel har vi altså:

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Fibonacci	1	1	2	3	5	8	13	21	...

- 1) Opret et **Lister og regneark værktød** og frembring to søjler: **Indeks** og **Fibonacci**, som afspejler de første 30 Fibonacci-tal i overensstemmelse med den ovenstående tabel. Overvej selv hvordan man kan udregne et Fibonacci-tal ud fra de to foregående ved hjælp af en celleformel.
- 2) Opret et **Diagrammer og Statistik værktød** og afbild indekstallet ud af førsteaksen og fibonacci-tallet op af andenaksen. Udfør en passende regressionsmodel og frembring også residualplottet.
- 3) Vend tilbage til regnearket. Frembring en ny søjle med fremskrivningsfaktoren, dvs. den faktor man skal gange et fibonacci-tal med for at finde det næste fibonacci-tal. Fremskrivningsfaktoren er altså forholdet mellem to på hinanden følgende fibonacci-tal

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Fibonacci	1	1	2	3	5	8	13	21	...
Fremskriv	1/1=1	2/1=2	3/2=1.5	5/3=1.666...	8/5=1.6	13/8=...	21/13=...

- 4) Hvordan opfører fremskrivningsfaktoren sig? Hvis der var tale om en eksponentiel vækstmodel skulle fremskrivningsfaktoren være konstant. Det er den tydeligvis ikke, men så alligevel!? Hvilken fremskrivningsfaktor finder man asymptotisk, dvs. for store fibonacci-tal? Læg den asymptotiske fremskrivningsfaktor på lager, fx med navnet **phi**.
- 5) Vi modellerer nu fibonaccitalle med en eksponentiel vækst af formen $F_n = b \cdot \text{phi}^n$. Vi kan da finde startværdien b ved tilbageskrivning, dvs. $b = \frac{F_n}{\text{phi}^n}$. Opret derfor en ny søjle for startværdien baseret på formlen: $\frac{\text{Fibonacci}}{\text{phi}^{\text{indeks}}}$. Hvordan opfører startværdien sig? Hvis der var tale om en eksponentiel vækstmodel med fremskrivningsfaktoren **phi**, skulle startværdien være konstant. Det er den tydeligvis ikke, men så alligevel!? Hvilken startværdi finder man asymptotisk, dvs. for store fibonacci-tal? Læg den asymptotiske startværdi på lager, fx med navnet **b0**.
- 6) Afbild nu den eksponentielle vækstmodel $f(x) = b_0 \cdot \text{phi}^x$ i samme diagram og statistikværktød som fibonaccitalle. Frembring også residualplottet. Hvilken af de to eksponentielle vækstmodeller: Den eksponentielle regressionsmodel eller $f(x)$ passer bedst til fibonaccitalle?
- 7) Der findes simple eksakte formler for såvel den asymptotiske startværdi **b0** og den asymptotiske fremskrivningsfaktor **phi**. Kan du gætte formlerne? Prøv fx at kigge på tabellerne over multipla af **b0** og **phi**, dvs. **b0**, **2b0**, **3b0**, ... henholdsvis **phi**, **2phi**, **3phi**, ... Prøv også at kigge på kvadraterne på **b0** og **phi**, dvs. tallene b_0^2 og phi^2 .
- 8) *Udfordring*: Residualerne for den eksponentielle vækstmodel $f(x) = b_0 \cdot \text{phi}^x$ ser faktisk ud til at følge en eksponentiel vækstmodel, dog med en negativ vækstfaktor. Hvilken fremskrivningsfaktor ser der ud til at være tale om? Hvilken startværdi ser der ud til at være tale om? Hvilken formel synes der så at gælde for fibonaccitalle?